Lukion matematiikkakilpailu
Loppukilpailu 30. 1. 1998

1. Osoita, että pisteet A, B, C ja D voidaan sijoittaa tasoon niin, että nelikulmion $ABCD$ pinta-ala on kaksi kertaa niin suuri kuin nelikulmion $ADBC$.

2. Kilpailutoimikunnassa on 11 jäsentä. Kilpailutehtäviä säilytetään hyvässä tallessa lukkojen takana. Avaimia on jaeltu toimikunnan jäsenille niin, että ketkä tahansa kuusi jäsentä voivat avata lukot, mutta ketkään viisi eivät riitä niiden avaamiseen. Kuinka monta lukkoa tarvitaan vähintään, ja kuinka monta avainta tällöin on kullakin toimikunnan jäsenellä?

3. Voiko jonosta $1/2$, $1/4$, $1/8, \ldots$ valita geometrisen, päättyvän tai päättymättömän, jonon, jonka peräkkäisten jäsenten suhde ei ole 1 ja jonka summa on $1/5$?

4. Neliössä, jonka sivu on 1, on 110 pistettä. Osoita, että jotkin neljä näistä sijaitsevat ympyrässä, jonka säde on $1/8$.

5. 15×36-ruudukkoa peitetään neliölaatoilla. Neliölaattoja on kahdenkokoisia; sivun pituus voi olla 7 tai 5. Laattojen tulee peittää täysiä yksikköneliöitä, eivätkä ne saa mennä päällekkäin. Kuinka monta ruutua laatat voivat peittää?

Aikaa: 3 tuntia

Kirjoita kukin ratkaisu omalle paperilleen.
Muista kirjoittaa nimesi kuhunkin paperiin.
Laskimien ja taulukkokirjojen käyttö on kielletty.

Mikäli sinulla on sähköpostiosoite ja olet kiinnostunut matematiikkavalmennuksesta, sinun kannattaa kirjoittaa myös sähköpostiosoitteesi yhdelle ratkaisupapereista.