

*Kuusi ensimmäistä tehtävää ovat monivalintatehtäviä, joissa on 0–4 oikeata vastausta. Monivalintatehtävien vastauksia varten on erillinen lomakkeensa. Tehtävät 7 ja 8 ovat perinteisiä tehtäviä, joiden ratkaisut kirjoitetaan omille papereilleen. Aikaa 120 minuuttia.*

1. Jos kolmion sivuista kahden pituudet ovat 3 ja 4, niin kolmion alalle  $A$  voi olla voimassa:

- a)  $A < 1$                       b)  $A = 3$                       c)  $A = 6$                       d)  $A > 7$

2. Polynomien  $x^4 - 1$  voi kirjoittaa tulona

- a)  $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$                       b)  $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$   
c)  $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$                       d)  $(x + 1)(x^3 - x^2 + x - 1)$

3. Suoran ympyrälieriön pohjan säde on  $r$  ja korkeus  $h$ . Lieriön tilavuus on 1 ja kokonaispinta-ala 12. Tällöin  $1/r + 1/h$  on

- a) 1                      b) 3                      c) 4                      d) 12

4. Yhtä suurempi kokonaisluku on *alkulukku*, jos sillä ei ole muita positiivisia tekijöitä kuin yksi ja luku itse. Määritä pienin alkulukku  $p$ , jolle  $2010 \cdot p$  on kokonaisluvun neliö.

- a) 3                      b) 5  
c) jokin muu                      d) sellaista lukua ei ole

5. Kolmannen asteen kokonaiskertomisella polynomiyhtälöllä voi olla

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3 ratkaisua

6. Kuinka monta eri arvoa lauseke

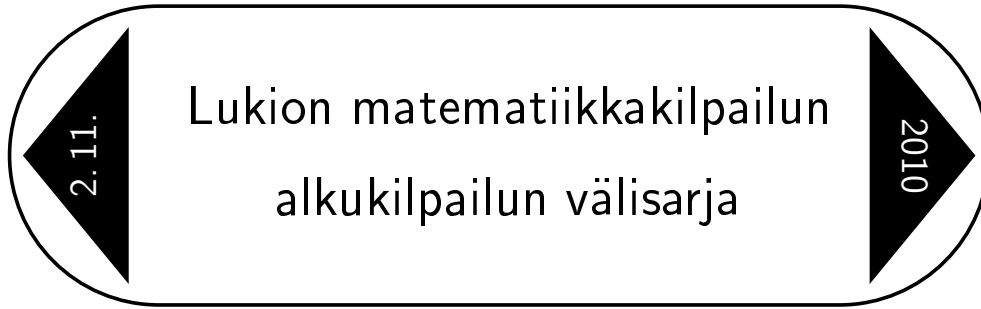
$$\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{xyz}{|xyz|}$$

saa, kun nolasta eroavat reaalityyppiset  $x$ ,  $y$  ja  $z$  vaihtelevat?

- a) enintään 3                      b) ainakin 3, mutta enintään 6  
c) yli 6, mutta äärellisen monta                      d) äärettömän monta

7. Suorakulmaisen särmiön tahkojen pinta-alat ovat 6, 8 ja 12 pinta-alayksikköä. Laske särmiön tilavuus.

8. Nelinumeroisessa luvussa numeroiden summa on 16, kolmas numero on kahden edellisen summa ja toinen numero kaksi kertaa niin suuri kuin neljäs. Kun numerot kirjoitetaan päinvastaiseen järjestykseen, muodostuu luku, joka on luvun 729 verran alkuperäistä lukua pienempi. Mikä on alkuperäinen luku?



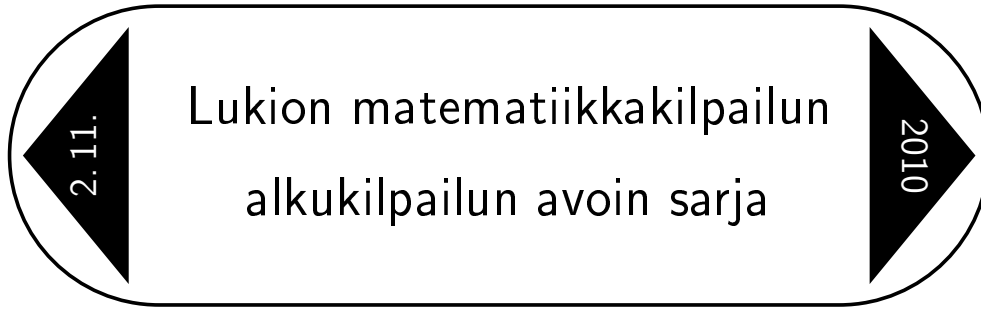
1. Matti ja Kerkko päättävät maalata aidan. Matti olisi maalannut sen yksinään 3 tunnissa ja Kerkko 4 tunnissa. He alkavat maalata aitaa yhdessä klo 12:00. Eräässä vaiheessa pojat joutuvat kuitenkin erimielisyyksiin homman hoitamisessa ja kinastelevat 10 minuutin ajan, jolloin homma ei edisty ja kaiken lisäksi Kerkko suuttuu ja häipyä työmaalta. Matti jatkaa homman yksinään loppuun ja saa työn valmiiksi klo 14:25. Mihin kellonaikaan kina alkoi?
2. Suorakulmaisen kolmion sisään piirretty ympyrä jakaa hypotenuusan osiin  $a$  ja  $b$ . Osoita, että kolmion ala on  $ab$ .
3. Määritä pienin positiivinen kokonaisluku  $n$ , jolle luku  $2664n$  on kokonaisluvun neliö.
4. Luvut muodostavat Fibonacci-tyyppisen jonon, jos jonon kukin luku on aina kahden edellisen luvun summa. Laske tällaisen jonon viides luku, jos kymmenes luku on 322 ja jonon jäsenet ovat positiivisia kokonaislukuja.

---

Laskuaikaa on **120 minuuttia**.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).



1. Suorakulmaisen kolmion sisään piirretty ympyrä jakaa hypotenuusan osiin  $a$  ja  $b$ . Osoita, että kolmion ala on  $ab$ .
2.  $a$ ,  $b$  ja  $c$  ovat kokonaislukuja,  $0 < a < b < c$ . Lukujen  $a^{-1}$ ,  $b^{-1}$ ,  $c^{-1}$  ja  $\frac{1}{4}$  keskiarvo on  $\frac{5}{16}$ . Määritä  $a$ ,  $b$  ja  $c$ .
3. Olkoon  $x$  terävä kulma, jolle pätee:  $\sin x$ ,  $\sin(2x)$  ja  $\sin(4x)$  muodostavat kasvavan aritmeettisen jonon. Laske tarkka arvo lausekkeelle  $\cos^3 x - \cos x$ .
4. Ratsu sijaitsee äärettömän shakkilaudan origossa. Kun shakkiruudun leveys valitaan yksiköksi, koordinaatisto voidaan kiinnittää niin, että ruutujen keskipisteiden koordinaatit ovat kokonaislukuja, ja ruutujen välisiä etäisyyksiä voidaan mitata keskipisteestä keskipisteeseen. Tunnetusti shakkiratsu liikkuu yhdellä siirrolla lähtöruudusta mihin tahansa etäisyydellä  $\sqrt{5}$  olevaan ruutuun. Mikä on pienin määrä siirtoja, joilla se pääsee origosta ruutuun, joka on etäisyydellä  $\sqrt{281}$ ?

---

Laskuaikaa on **120 minuuttia**.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).