

LOPPUKILPAILU 9.4.2015

1. Olkoon $\lfloor x \rfloor$ suurin kokonaisluku, joka on korkeintaan yhtä suuri kuin luku x . Esimerkiksi siis $\lfloor 2,5 \rfloor = 2$. Mitä on

$$\left\lfloor \frac{1}{10} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2}{10} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{29}{10} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{30}{10} \right\rfloor?$$

2. Digitaalikello näyttää kellonaikaa tunneissa ja minuuteissa neljällä numerolla, siis välillä 00:00–23:59. Kellonaika on palindrominen, jos sen numerot ovat samat sekä etu- että takaperin kirjoitettuina. Montako palindromikellonaikaa on vuorokaudessa? (Ei siis ole tarkoitus välittää digikellon numeroiden ”muodosta”: eli esim. 15:51 on palindromiaika, mutta 12:51 ei ole.)

3. Nauhaan pujotetaan jossakin järjestyksessä kaksi punaista ja kymmenen vihreää helmeä. Sitten nauhan päät solmitaan yhteen niin huomaamattoman pienellä solmulla, että solmun olemassaolon voi unohtaa. Montako erilaista helminauhaa on mahdollista saada?

4. Mikä on lukujen 1^{60} , 2^{50} , 3^{40} , 4^{30} , 5^{20} ja 6^{10} keskinäinen suuruusjärjestys? [Tässä a^n tarkoittaa, että n kappaletta lukua a kerrotaan keskenään, esim. $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ ja $6^{10} = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$.]

5. Onko mahdollista muodostaa sellainen kuusikulmio, jonka kaikki kulmat ovat 120° , ja jonka sivujen pituudet ovat 1, 2, 3, 4, 5 ja 6 jossain järjestyksessä?