

HELSINGIN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN
MATEMATIIKKAKILPAILU 9.-13.2.2015
RATKAISUITA

1. Laske $2014 - 153$.

- a) 1761 b) 1765 c) 1811 d) 1861 e) 1865

Ratkaisu. $2014 - 153 = 1861$.

2. Laske $23 \cdot 81$.

- a) 1761 b) 1763 c) 1863 d) 1961 e) 1965

Ratkaisu. $23 \cdot 81 = 1863$.

3. Luku 24894 kolminkertaistetaan. Mikä on saadussa luvussa kymmeniä merkitsevä numero?

- a) 4 b) 1 c) 8 d) 3 e) 7

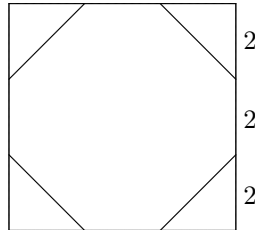
Ratkaisu. Koska kahden positiivisen kokonaisluvun tuloon kaksi viimeistä numeroa riippuvat ai-noastaan kummankin tulontekijän kahdesta viimeisestä numerosta, riittää laskea $94 \cdot 3 = 282$.

4. Jos $\frac{3}{5}x - \frac{9}{11} = 0$, niin mitä on x ?

- a) $\frac{45}{33}$ b) $\frac{33}{45}$ c) $\frac{12}{16}$ d) $\frac{27}{55}$ e) $\frac{55}{27}$

Ratkaisu. Oikea vaihtoehto on a), sillä jos $\frac{3}{5}x - \frac{9}{11} = 0$, niin $\frac{3}{5}x = \frac{9}{11}$, joten $x = \frac{5 \cdot 9}{3 \cdot 11} = \frac{45}{33}$.

5. Kuvan neljä kolmiota ovat tasakylkisiä. Kuinka suuren osuuden ne peittävät neliön pinta-alasta?



- a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{2}{9}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{5}{9}$

Ratkaisu. Yhden pienen kolmion ala on $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$. Kaikkien neljän kolmion yhteenlaskettu ala on $4 \cdot 2 = 8$. Toisaalta, ison neliön ala on $6 \cdot 6 = 36$. Siis kolmiot peittävät neliön pinta-alasta $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

6. Luku 100 kirjoitetaan kahden peräkkäisen kokonaisluvun summana. Mikä on luvuista suurempi?

- a) 15 b) 50 c) 51 d) 75
e) Lukua 100 ei voi kirjoittaa kahden peräkkäisen kokonaisluvun summana.

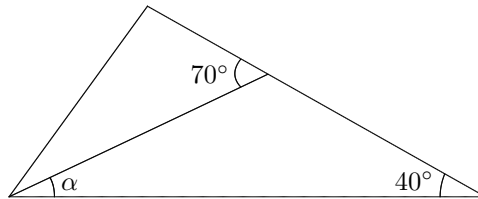
Ratkaisu. Lukua 100 ei voi kirjoittaa kahden peräkkäisen kokonaisluvun summana, sillä kahdesta peräkkäisestä kokonaisluvusta toinen on parillinen ja toinen pariton, joten niiden summa on pariton ja luku 100 on parillinen.

7. Mikolla ja Ellalla on omenoita ja appelsiineja. Jos Mikolla on kaksi omenaa enemmän kuin appelsiineja, Ellalla on ainoastaan appelsiineja ja niitä on yhtä monta kuin Mikolla omenoita, ja yhteensä hedelmiä on 40 kappaletta, niin kuinka monta omenaa on?

- a) 10 b) 14 c) 20 d) tilanne on mahdoton e) vaihtoehtoja on useita

Ratkaisu. Oikea vaihtoehto on b). Merkitään Mikon omenoiden määrää kirjaimella x . Nyt Mikolla on $x - 2$ appelsiinia, ja siis Ellalla on x appelsiinia. Yhteensä hedelmiä on $x + (x - 2) + x = 3x - 2 = 40$, joten $3x = 42$, eli $x = 14$. Koska Ellalla ei ole omenoita, kysytty lukumäärä on Mikon omenoiden lukumäärä, eli 14.

8. Ratkaise α .



- a) 20° b) 25° c) 30° d) 35° e) Ei ratkea annetuilla tiedoilla.

Ratkaisu. Oikea vaihtoehto on c), sillä sen kulman, joka on 70° kulman vieressä, on pakko olla $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$. Koska kolmion kulmien summa on 180° , niin $\alpha = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ = 30^\circ$.

9. Kolmion ja neliön piirit (eli ympärysmitat) ovat samat. Kolmion sivujen pituudet ovat 3,7 cm, 2,4 cm ja 5,9 cm. Mikä on neliön ala?

- a) 9 cm^2 b) 6 cm^2 c) 3 cm^2 d) $5\sqrt{2} \text{ cm}^2$ e) 8 cm^2

Ratkaisu. Kolmion piirin pituus on $3,7 \text{ cm} + 2,4 \text{ cm} + 5,9 \text{ cm} = 12,0 \text{ cm}$, jolloin neliön sivun pituus on 3 cm. Ala on siis 9 cm^2 .

10. Maija on 12-vuotias, ja hän on kolme kertaa pikkuveljensä ikäinen. Minkä ikäinen Maija on kun hän on kaksi kertaa veljensä ikäinen?

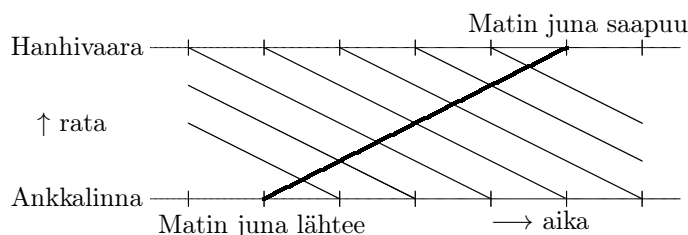
- a) 14 vuotta b) 14,5 vuotta c) 15 vuotta d) 15,5 vuotta e) 16 vuotta

Ratkaisu. Maija on siis 12-vuotias ja hänen pikkuveljensä on 4-vuotias. Kun Maija on $12 + x$ vuotta vanha, niin hänen pikkuveljensä on $4 + x$ vuotta vanha. Maija on kaksi kertaa veljensä ikäinen, eli $12 + x = 2 \cdot (4 + x)$, kun $12 + x = 8 + 2x$, eli kun $x = 4$. Siis Maija on kaksi kertaa veljensä ikäinen, kun hän on $12 + 4 = 16$ vuotta vanha.

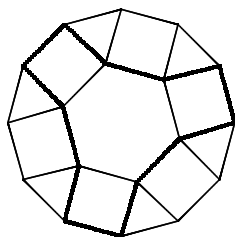
11. Ankkalinnan ja Hanhivaaran välillä kulkevia junia lähtee kummassakin kaupungissa tunnin välein tasatunnein. Matka kestää tasan 4 tuntia. Matti matkusti junalla Ankkalinnasta Hanhivaaraan ja katseli junan ikkunasta koko matkan ajan. Montako Hanhivaarasta Ankkalinnaan matkalla olevaa junaa hän näki matkansa aikana? (Tässä mahdollisia juuri Ankkalinnaan saapumassa olevia tai Hanhivaarasta lähdössä olevia junia ei oteta huomioon.)

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

Ratkaisu. Piirretään kuva, jossa aika kuluu vaakasuunnassa ja rata pystysuunnassa. Matin juna on merkitty paksulla viivalla, ja muut viistot viivat ovat Hanhivaarasta Ankkalinnaan matkustavia junia.

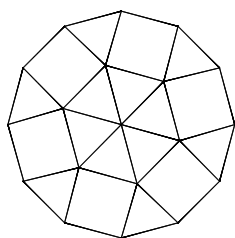


12. Seuraavassa kuviossa on säännöllinen kuusikulmio, neliöitä ja tasasivuisia kolmioita. Kuinka suuri osuus kuvion pinta-alasta on paksun viivan sisällä?



- a) 45 % b) 50 % c) 55 % d) 60 % e) 65 %

Ratkaisu. Jaetaan kuusikulmio tasasivuisiksi kolmioiksi:



Nyt koko kuvio koostuu 12 samanlaisesta tasasivuisesta kolmiosta ja 6 neliöstä. Paksu viiva rajaa sisälleen 6 kolmiota ja 3 neliötä, eli täsmälleen puolet kuvion alasta.

13. Kun kerrot erään luvun kahdella, sen jälkeen lisäät tulokseen kaksi, sitten vähennät kymmenen ja lopuksi jaat kolmella, saat vastaukseksi 2. Mikä oli alkuperäinen luku?

- a) -1 b) $\frac{2}{3}$ c) 7 d) $\frac{10}{3}$ e) 14

Ratkaisu. Olkoon alkuperäinen luku x . Tehtävänannon mukaan se toteuttaa yhtälön

$$\frac{2x + 2 - 10}{3} = 2.$$

Tämä yhtälö on yhtä pitävää sen kanssa, että $2x - 8 = 6$, mikä puolestaan on edelleen yhtä pitävää sen kanssa, että $2x = 14$. Alkuperäinen luku oli siis $x = 7$.

14. Paljonko on $a + b + c$, jos on voimassa

$$a^3 = 1 + 7, \quad 3^3 = 1 + 7 + b, \quad \text{ja} \quad 4^3 = 1 + 7 + c?$$

- a) 58 b) 110 c) 75 d) 77 e) 79

Ratkaisu. Ensimmäisestä yhtälöstä saadaan $a = 2$, toisesta $b = 27 - 8 = 19$ ja kolmannesta $c = 64 - 8 = 56$. Siis $a + b + c = 2 + 19 + 56 = 77$.

15. Tiedetään, että $0 < x \leq 1$ ja $1 \leq y \leq 2$. Millä luvun z valinnalla tiedetään varmasti, että $z > 2$, $z \geq x + y$ ja $z \leq y + 3$?

- a) $3\frac{1}{2}$ b) $3\frac{3}{4}$ c) 3 d) kaikki edelliset e) ei mikään edellisistä

Ratkaisu. Vaihtoehto d) on oikein. Koska vaaditaan, että $z \geq x + y$, niin jos $z \geq 1 + 2 = 3$, niin tämä ehto varmasti toteutuu. Toisaalta vaaditaan, että $z \leq y + 3$, ja tämä ehto puolestaan toteutuu aina, jos $z \leq 1 + 3 = 4$. Lisäksi vaaditaan, että $z \geq 2$, mutta tämä ehto on itse asiassa tarpeeton. Huomataan, että kaikki luvut z , jotka toteuttavat ehdon $3 \leq z \leq 4$ ovat siis kelvollisia.