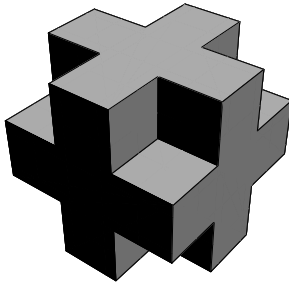


7-LUOKKALAISTEN MATEMATIIKKAKILPAILUN
FINAALI 23.4.2016

1. Sahataan $3 \times 3 \times 3$ -kuution jokaisesta nurkasta pois $1 \times 1 \times 1$ -kokoinen pienempi kuutio. Laske syntyneen kappaleen pinta-ala ja tilavuus. Hahmottamisen helpottamiseksi alla on kuva kappaleesta.



2. Tiedetään, että

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = 3025,$$

ja että

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 20^3 = 44100.$$

Mitä onkaan

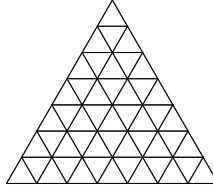
$$1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + \dots + 19^3?$$

Tässä merkintä n^3 tarkoittaa luvun n kolmatta potenssia eli lukua $n \cdot n \cdot n$. Siis esimerkiksi $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

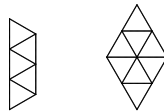
3. Matti, Heta, Juha, Oona, Reetta ja Teemu kokoontuvat joka tiistai matematiikkakerhoon. Kerho kokoontuu pöytään, jonka ympärillä on kuusi tuolia. Matti istuu aina samalla paikalla. Heta haluaa istua Matin vieressä. Oona ja Reetta eivät tule toimeen, eivätkä siten halua istua vierekkäin. Monellako eri tavalla oppilaat voivat asettua pöytään?

4. Aleksilla on paljon mustia ja valkoisia kuulia. Hän laittaa niitä jonoon noudattaen seuraavia sääntöjä. Jokainen kuula on samanvärinen kuin viides sen jälkeen tuleva kuula (jos tällainen kuula on olemassa - jono voi päättyä aiemmin eikä tätä sääntöä voida soveltaa). Lisäksi jokainen kuula on samanvärinen kuin seitsemäs sitä edeltävä kuula (jos tällainen kuula on olemassa). Jos Aleks käyttää vain yhtä väriä jonossa, hän siis ilman muuta tulee noudattaneeksi näitä sääntöjä. Mutta voiko Aleks tehdä kuinka pitkiä 2-värisiä jonoja tahansa näitä sääntöjä noudattaen? Jos voi, niin miten? Jos ei voi, niin kuinka pitkän 2-värisen jonon hän voi tehdä?

5. Tarkastellaan tällaista tasasivuisista kolmioista muodostuvaa ruudukkoa:



Voiko tämän ruudukon laatoittaa seuraavan muotoisilla laatoilla?



Kuten tavallista laatoitettaessa, emme salli laattojen menevän päällekkäin, emmekä ylittä ruudukon reunaa.