



1. Ratkaise yhtälö

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + x}} = \sqrt[3]{x},$$

kun  $x \geq 0$ .

2. Neliöpohjaisen suoran pyramidin pohjan särmä on  $a$ . Olkoon  $ABCD$  pyramidin pohja,  $E$  huippu ja  $F$  sivusärmän  $CE$  keskipiste. Oletetaan, että kolmio  $BDF$  on tasasivuinen. Laske pyramidin tilavuus.
3. Merkintä  $n!$  (luvun  $n$  kertoma) tarkoittaa  $n$  pienimmän positiivisen kokonaisluvun tuloa  $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ . Määritä suurin positiivinen kokonaisluku  $k$ , jolla  $12^k$  on luvun  $120!$  tekijä.
4. Olkoon  $n$  positiivinen kokonaisluku. Väritetään  $n \times n$ -ruudukon jokainen ruutu mustaksi tai valkoiseksi. Kuinka monella tavalla ruudukko voidaan värittää, jos vaaditaan, että jokainen vierekkäisistä ruuduista koostuva  $2 \times 2$ -neliö sisältää kaksi mustaa ja kaksi valkoista ruutua? Laudan ruudut on nimetty (esim. kuten šakkilaudassa), joten kiertämällä toisistaan saatavat väritykset ovat yleensä eri värityksiä.
5. Mikko on monivalintakokeessa. Hänen ainoa tavoitteensa on päästä kokeesta läpi. Kymmenen tehtävän koe on hyväksytty, jos kokelas saa vähintään seitsemän pistettä. Oikea vaihtoehto on yhden pisteen arvoinen ja väärästä vaihtoehdosta menettää yhden pisteen. Mikko tietää varmasti osaavansa kuusi ensimmäistä tehtävää, ja hän arvioi osaavansa vastata todennäköisyydellä  $p$  oikein mihin tahansa lopuista tehtävistä, missä  $0 < p < 1$ . Kuinka moneen tehtävään Mikon kannattaa vastata?

---

**Kilpailuaikaa on 3 tuntia.**

*Vain kirjoitus- ja piirustusvälineiden käyttö on sallittu.*

*Tee kukin tehtävä omalle, nimelläsi varustetulle paperilleen.*

*Merkitse yhteen paperista selvästi myös*

*yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).*