



5. Jos  $|x| < \frac{1}{2}$ , niin  $\left| \frac{x}{x-1} \right|$  on aina

a) välillä  $[\frac{1}{2}, 1]$

b) pienempi kuin 1

c) välillä  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

d) ei välttämättä mikään edellisistä.

6. Yhtälön  $3 \cdot 3^x + 3^{-x} = 4$  ratkaisujen lukumäärä on

a) 0

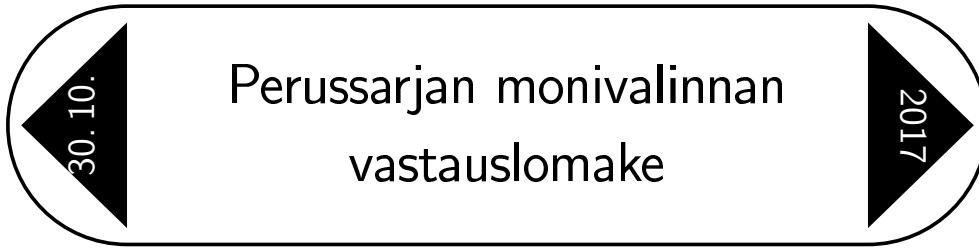
b) 1

c) 2

d) enemmän kuin 2.

7. Taideinstallaatiossa on samankeskisiä ympyröitä, joiden säteet ovat 1 m, 2 m, ..., 100 m. Sisin ympyrä on väritetty siniseksi. Pienin rengas (eli kahden peräkkäisen ympyrän kaarien väli) on väritetty punaiseksi. Siniset ja punaiset renkaat vuorottelevat. Määritä sinisten renkaiden ala.

8. Kaksi henkilöä, Kari ja Veera, pelaavat seuraavanlaista peliä: Veera on valinnut kolmen alkion joukosta  $\{a, b, c\}$  yhden alkion umpimähkäisesti, ja Kari pyrkii selvittämään, mikä se on. Sallittuja kysymyksiä ovat vain "Onko se  $a$ ?", "Onko se  $b$ ?" ja "Onko se  $c$ ". Veera vastaa kysymyksiin "kyllä" tai "ei", mutta hän saa valehdella, kunhan kustakin kolmesta peräkkäisestä vastauksesta korkeintaan yksi on vale. Kari saa toistaa minkä tahansa kysymyksen, mutta ei saa esittää mitään kysymystä kolmesti. Onko Karilla kyselystrategiaa, jonka avulla hän pystyy aina selvittämään Veeran valitseman alkion käytettävissään olevien kuuden kysymyksen aikana.



*Perussarjan monivalintatehtävien (6 ensimmäistä tehtävää) vastaukset palautetaan tällä lomakkeella; perinteisten tehtävien 7 ja 8 ratkaisut voi kirjoittaa erillisille vastausarkeille. Kussakin monivalintatehtävässä voi olla 0–4 oikeata vastausta. Merkitse vastaavaan ruutuun +, jos vastaus on oikea, ja –, jos vastaus on väärä. Oikeasta merkinnästä saa pisteen, väärästä tai tulkinnanvaraisesta merkinnästä saa nolla pistettä. Tehtävistä 7 ja 8 maksimipistemäärä on 6.*

*Työaikaa on 120 minuuttia. **Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.** Kirjoita myös tehtävien 7 ja 8 vastauspapereihin selvästi tekstaten oma nimesi ja koulusi.*

**Nimi :** \_\_\_\_\_

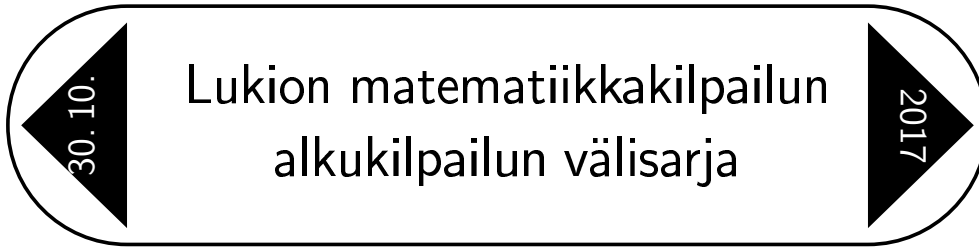
**Koulu :** \_\_\_\_\_

**Kotiosoite :** \_\_\_\_\_

**Sähköposti :** \_\_\_\_\_

a      b      c      d

1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				



1. Jos  $|x| < \frac{1}{2}$ , niin  $\left| \frac{x}{x-1} \right|$  on aina

- a) välillä  $[\frac{1}{2}, 1]$                       b) pienempi kuin 1  
c) välillä  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$                       d) ei välttämättä mikään edellisistä.

2. Yhtälön  $3 \cdot 3^x + 3^{-x} = 4$  ratkaisujen lukumäärä on

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) enemmän kuin 2.

3. Tarkastellaan yhtälöä

$$x = a - \sqrt{a^2 - x\sqrt{x^2 + a^2}},$$

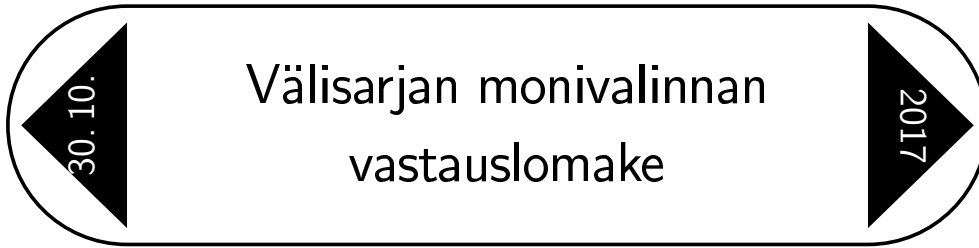
missä  $a > 0$ . Mitä yhtälön ratkaisuista voidaan sanoa?

- a) Yhtälöllä on vain yksi ratkaisu.                      b) Ratkaisut ovat epänegatiivisia.  
c)  $x = a$  on yksi ratkaisu.                      d)  $x = \frac{3}{4}a$  on yksi ratkaisu.

4. Taideinstallaatiossa on samankeskisiä ympyröitä, joiden säteet ovat 1 m, 2 m, ..., 100 m. Sisin ympyrä on väritetty siniseksi. Pienin rengas (eli kahden peräkkäisen ympyrän kaarien väli) on väritetty punaiseksi. Siniset ja punaiset renkaat vuorottelevat. Määritä sinisten renkaiden ala.

5. Oletetaan, että luvut  $\frac{1}{a+b}$ ,  $\frac{1}{a+c}$  ja  $\frac{1}{b+c}$  muodostavat aritmeettisen jonon. Osoita, että lukujen  $a$ ,  $b$  ja  $c$  neliöt muodostavat myös aritmeettisen jonon.

6. Kaksi toistensa suhteen liikkuvaa janaa leikkaa toisensa siten, että niiden välinen kulma pysyy vakiona. Todista, että sen nelikulmion ala, jonka kärkipisteinä ovat janojen päätepisteet, on vakio.



Välisarjan monivalintatehtävien (3 ensimmäistä tehtävää) vastaukset palautetaan tällä lomakkeella; perinteisten tehtävien 4–6 ratkaisut voi kirjoittaa erillisille vastausarkeille. Kussakin monivalintatehtävässä voi olla 0–4 oikeata vastausta. Merkitse vastaavaan ruutuun +, jos vastaus on oikea, ja –, jos vastaus on väärä. Oikeasta merkinnästä saa pisteen, väärästä tai tulkinnanvaraisesta merkinnästä saa nolla pistettä. Tehtävistä 4–6 maksimipistemäärä on 6.

Työaika on 120 minuuttia. **Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.** Kirjoita myös tehtävien 4–6 vastauspapereihin selvästi tekstaten oma nimesi ja koulusi.

Nimi : \_\_\_\_\_

Koulu : \_\_\_\_\_

Kotiosoite : \_\_\_\_\_

Sähköposti : \_\_\_\_\_

a      b      c      d

1.				
2.				
3.				

30. 10.
2017

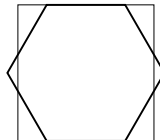
## Lukion matematiikkakilpailun alkukilpailun avoin sarja

- Mikä on luvun  $2017^{2017} - 2016^{2016}$  viimeinen numero kymmenjärjestelmäesityksessä?
- Oppilaat A, B, C, ..., J aikovat osallistua kurssien  $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$  ja  $K_6$  kokeisiin seuraavasti:

oppilas	kokeet, joihin osallistuu	oppilas	kokeet, joihin osallistuu
A	$K_1, K_2$	F	$K_2, K_3$
B	$K_1, K_3$	G	$K_3, K_4$
C	$K_1, K_4$	H	$K_4, K_5$
D	$K_1, K_5$	I	$K_5, K_6$
E	$K_1, K_6$	J	$K_6, K_2$

Koulun rehtori pyrkii järjestämään kokeet seuraavasti: Samassa koetilaisuudessa voi olla useampien kurssien kokeita, mutta kustakin kurssista järjestetään vain yksi koe. Yhdessä koetilaisuudessa saa yrittää suorittaa korkeintaan yhtä kurssia.

- Montako eri tilaisuutta vähintään tarvitaan?
  - Jos joku oppilaista peruuttaa osallistumisensa, muuttuuko tarve tilaisuuksien vähimmäismäärästä mitenkään?
- Oletetaan, että luvut  $\frac{1}{a+b}$ ,  $\frac{1}{a+c}$  ja  $\frac{1}{b+c}$  muodostavat aritmeettisen jonon. Osoita, että lukujen  $a$ ,  $b$  ja  $c$  neliöt muodostavat myös aritmeettisen jonon.
  - Säännöllisellä kuusikulmiolla ja neliöllä on sama keskipiste. Kuusikulmion sivuista kaksi sisältyy neliön sivuihin, ja neliön ala on 1 (ks. kuviota). Laske neliön ja kuusikulmion yhteisen osan ala.




---

Työaika on **120 minuuttia**.

**Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.**

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).