



1. Kun kokonaislukua m jaetaan (jakokulmassa) kokonaisluvulla n , saadaan osamäärä 22 ja jakojäännös 5. Kun jakoa jatketaan, saadaan osamäärän ensimmäiseksi desimaaliksi 4 ja jakojäännökseksi 2. Määritä m ja n .

2. Määritä $x^2 + y^2$ ja $x^4 + y^4$, kun $x^3 + y^3 = 2$ ja $x + y = 1$.

3. Tarkastellaan positiivisia kokonaislukuja m ja n , joille $m > n$ ja luvun

$$22\,220\,038^m - 22\,220\,038^n$$

lopussa on kahdeksan nollaa. Osoita, että $n > 7$.

4. Olkoon m positiivinen kokonaisluku. Kahden pelaajan, Akselin ja Elinan, välinen peli HAUKKU(m) etenee seuraavasti: Akseli aloittaa, ja pelaajat valitsevat kokonaislukuja vuorotellen. Aluksi valittavien kokonaislukujen joukko on luvun m positiivisten tekijöiden joukko. Vuorossa oleva pelaaja valitsee yhden jäljellä olevista luvuista, ja valittavien lukujen listasta poistetaan tämä luku ja sen kaikki monikerrat. Pelaaja, joka joutuu valitsemaan luvun 1, häviää. Osoita, että aloittajalla eli Akselilla on voittostrategia pelissä HAUKKU(m) kaikilla $m \in \mathbb{Z}_+$.

5. Valitaan ympyrän kehältä mielivaltaisesti kaksi sellaista pistettä A ja B , että AB ei ole ympyrän halkaisija. Pisteisiin A ja B piirretyt ympyrän tangentit kohtaavat pisteessä T . Seuraavaksi valitaan halkaisija XY niin, että janat AX ja BY leikkaavat, olkoon tämä leikkauspiste Q . Osoita, että pisteet A , B ja Q ovat ympyrällä, jonka keskipiste on T .

Työaika on **3 tuntia**.

Laskimet eivät ole sallittuja.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).