

Tehtäviä on kahdella sivulla; kuusi ensimmäistä tehtävää on monivalintatehtäviä, joissa on 0–4 oikeata vastausta.

1. Lukion A ja lukion B oppilasmäärien suhde oli a/b vuoden 2017 lopussa. Vuoden 2017 aikana lukion A oppilasmäärä oli kasvanut 5 % ja lukion B 10 %. Vuoden 2017 alussa oppilasmäärien suhde oli ollut

- a) $\frac{95a}{90b}$ b) $\frac{105a}{110b}$ c) $\frac{22a}{21b}$ d) $\frac{19a}{18b}$

2. Mitä voidaan sanoa lausekkeen $k^{3x} - k^x$ tarkasta arvosta, kun $k^{2x} = 16$ ja $k > 0$.

- a) Tehtävää ei voi ratkaista, sillä vastaus riippuu lukujen x ja k arvoista.
b) Lausekkeen arvo on 56.
c) Lausekkeen arvo on 60.
d) Vastaus on irrationaaliluku.

3. Neliö kääntyy 45° keskipisteensä ympäri, jolloin syntyy tähden muotoinen 16-kulmio. 16-kulmion piirin suhde neliön piiriin on

- a) alle 1,5 b) $4 - 2\sqrt{2}$ c) $\frac{4}{2+\sqrt{2}}$ d) $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$

4. Tarkastellaan yhtälöä

$$\frac{2x + a^2 - 3a}{x - 1} = a,$$

missä tuntematon x on eri kuin 1 ja $a \in \mathbb{R}$ on vakio. Mitä voidaan sanoa yhtälön ratkaisuisista?

- a) Sopivalla parametrin a arvolla yhtälöllä on äärettömän monta ratkaisua.
b) Yhtälö ei ratkea kaikilla parametrin a arvoilla.
c) Yhtälöllä on aina ratkaisuja riippumatta vakion a arvosta.
d) Yhtälöllä on aina kolme ratkaisua.

5. Kymmenen (eri) suoraa jakaa tason alueisiin, joita voi olla vaihteleva määrä sen mukaan, miten suorat on piirretty. Mitkä seuraavista ovat mahdollisia syntyneiden alueiden lukumääriä?

- a) 20 b) 9 c) 56 d) 32

6. Matemaattisesti häiriintynyt sammakko hyppelee tasossa vain loikkia, joiden pituus on täsmälleen $\sqrt{5}$. Sammakko potee lukuteoreettista oireyhtymää, jonka takia sen loikat päättyvät vain pisteisiin, joiden koordinaatit ovat kokonaislukuja. Sammakko lähtee liikkeelle origosta ja palaa neljän loikan jälkeen takaisin origoon. Kuinka monella tavalla sammakko voi tehdä tällaisen neljän loikan sarjan? Mitä voidaan sanoa ratkaisujen lukumäärästä?

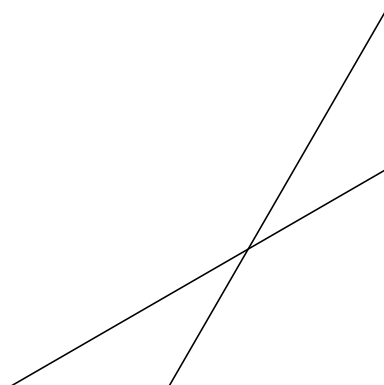
- a) Sammakko voi suorittaa neljän loikan sarjan yli sadalla tavalla.
- b) Ratkaisujen määrä on kahdeksalla jaollinen.
- c) Ratkaisujen määrä on viidellä jaollinen.
- d) Sammakko voi suorittaa neljän loikan sarjan korkeintaan 80 tavalla.

7. Ratkaise Diofantoksen yhtälö

$$x^2 - y^2 = 2018$$

eli etsi kaikki kokonaislukuparit (x, y) , jotka toteuttavat yo. yhtälön.

8. Kuvassa on kaksi suorakulmaista kolmiota, joiden molempien lyhyempien kateettien pituus on 1 ja suurempi terävistä kulmista on 60 astetta. Määritä yhteinen pinta-ala.



31. 10. Perussarjan monivalinnan 2018
vastausslomake

Perussarjan monivalintatehtävien (6 ensimmäistä tehtävää) vastaukset palautetaan tällä lomakkeella; perinteisten tehtävien 7 ja 8 ratkaisut voi kirjoittaa erillisille vastausarkeille. Kussakin monivalintatehtävässä voi olla 0–4 oikeata vastausta. Merkitse vastaavaan ruutuun +, jos vastaus on oikea, ja –, jos vastaus on väärä. Oikeasta merkinnästä saa pisteen, väärästä tai tulkinnanvaraisesta merkinnästä saa nolla pistettä. Tehtävistä 7 ja 8 maksimipistemäärä on 6.

*Työaikaa on 120 minuuttia. **Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.** Kirjoita myös tehtävien 7 ja 8 vastauspapereihin selvästi tekstaten oma nimesi ja koulusi.*

Nimi : _____

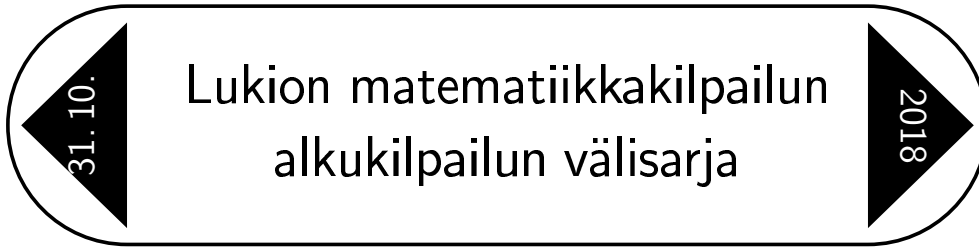
Koulu : _____

Kotiosoite : _____

Sähköposti : _____

a b c d

1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				



Tehtäviä on kahdella sivulla; kolme ensimmäistä tehtävää on monivalintatehtäviä, joissa on 0–4 oikeata vastausta.

1. Aritmeettisessa lukujonossa on parillinen määrä jäseniä. Jonon ensimmäinen jäsen on 1. Järjestysluvultaan parillisten jäsenten summa on 210 ja järjestysluvultaan parittomien jäsenten summa on 190. Tällöin:

- a) Jonossa on yhteensä 20 jäsentä.
- b) Kahden peräkkäisen jäsenen erotus on 4.
- c) Viimeinen jäsen on 38.
- d) Viimeinen jäsen on 39.

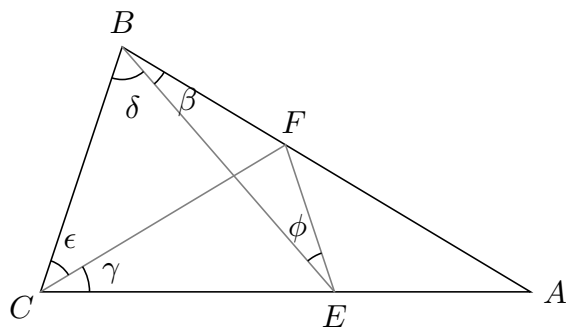
2. Neliö kääntyy 45° keskipisteensä ympäri, jolloin syntyy tähden muotoinen 16-kulmio. 16-kulmion piirin suhde neliön piiriin on

- a) alle 1,5.
- b) $4 - 2\sqrt{2}$.
- c) $\frac{4}{2+\sqrt{2}}$.
- d) $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$.

3. Luvut x ja y ovat positiivisia kokonaislukuja, ja luku x^2+4y^2+1 on alkuluku, joka on luvun $8xy+2$ tekijä. Mitkä seuraavista väitteistä välttämättä pitävät paikkaansa?

- a) Luku x on parillinen.
- b) Luku $8xy+2$ on viidellä jaollinen.
- c) Osamäärä $\frac{8xy+2}{x^2+4y^2+1}$ on pienempi kuin neljä.
- d) Luku y on parillinen.

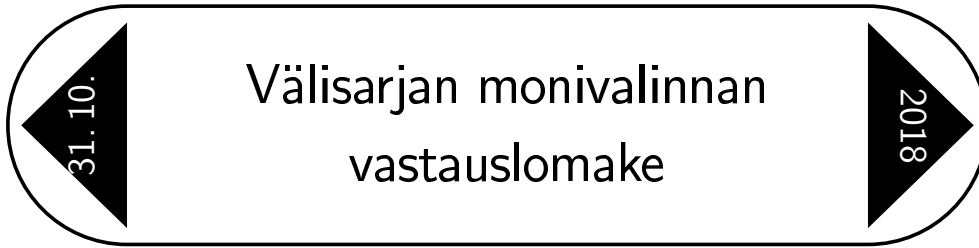
4. Oheiseen kuvaan, joka ei ole mittatarkka, on piirretty kolmio ABC ja muutamia janoja. Lisäksi kuvaan merkityistä kulmista tiedetään, että $\beta = 20^\circ$, $\gamma = 30^\circ$, $\delta = 60^\circ$ ja $\epsilon = 50^\circ$. Määritä kuvaan merkitty kulma ϕ .



5. Etsi kaikki kokonaislukujen x ja y parit, joille pätee

$$x^2 + xy + 2x + y = 100.$$

6. Sanotaan 5×5 -ruudukolla olevan *viisi rastia peräkkäin*, jos ne täyttävät kokonaisen rivin, sarakkeen tai jommankumman halkaisijoista. Määritä pienin määrä rasteja, joilla voi täyttää ruudukolle sellaisen asetelman, että vaikka rasteista pyyhkisi minkä tahansa pois, niin ruudukolla on edelleen viisi rastia peräkkäin.



Välisarjan monivalintatehtävien (3 ensimmäistä tehtävää) vastaukset palautetaan tällä lomakkeella; perinteisten tehtävien 4–6 ratkaisut voi kirjoittaa erillisille vastausarkeille. Kussakin monivalintatehtävässä voi olla 0–4 oikeata vastausta. Merkitse vastaavaan ruutuun +, jos vastaus on oikea, ja –, jos vastaus on väärä. Oikeasta merkinnästä saa pisteen, väärästä tai tulkinnanvaraisesta merkinnästä saa nolla pistettä. Tehtävistä 4–6 maksimipistemäärä on 6.

Työaika on 120 minuuttia. **Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.** Kirjoita myös tehtävien 4–6 vastauspapereihin selvästi tekstaten oma nimesi ja koulusi.

Nimi : _____

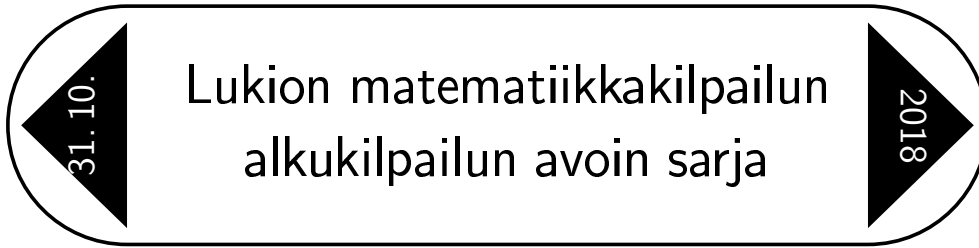
Koulu : _____

Kotiosoite : _____

Sähköposti : _____

a b c d

1.				
2.				
3.				



1. Ratkaise Diofantoksen yhtälö

$$x^2 - y^2 = 2018$$

eli etsi kaikki kokonaislukuparit (x, y) , jotka toteuttavat yo. yhtälön.

2. Olkoon ABC teräväkulmainen kolmio ja d pisteen B etäisyys sivusta AC . Todista, että $|AB| = |AC|$, jos ja vain jos kaikille sivun BC pisteille D pätee, että $d = d_0 + d_1$, missä d_0 on pisteen D etäisyys sivusta AB ja d_1 sivusta AC .

3. Pyöreän pöydän ääressä istuu n ritaria. Jokaisella heistä on edessään lamppu ja katkaisinappi. Kun ritari painaa nappia, ei ainoastaan hänen edessään olevan lampun, vaan myös kahden viereisen lampun tila muuttuu, ts. sammuksissa oleva lamppu syttyy ja palava sammuu. Aluksi osa lampuista palaa ja osa on sammuksissa. Etsi kaikki sellaiset kokonaisluvut $n > 3$, että ritarit voivat jollakin katkaisinappien painalluskombinaatiolla saada kaikki lamput sammuksiin riippumatta alkutilasta.

4. Olkoon $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva funktio, jolle $f(150) = 25$ ja

$$f(x) + f(2f(x)) = 100$$

kaikilla reaaliluvuilla x . Etsi kaikki luvun $f(100)$ mahdolliset arvot.

Työaika on **120 minuuttia**.

Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).