1. Merkitään kirjaimilla a, b, c kolmion A korkeusjanoja.

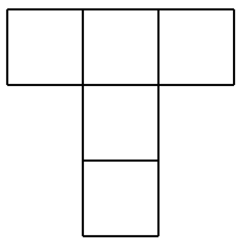
1. Olkoon $r > 0$ reaaliluku. Osoita, että on olemassa kolmio A, jonka pinta-ala on $\frac{1}{2}$, ja jolle $abc < r$.
2. Osoita, että kaikilla kolmioilla A, joiden pinta-ala on $\frac{1}{2}$, pätee että $abc < 1$.

2. Etsi kaikki funktiot, jotka toteuttavat ehdon

$$f(y \cdot f(x)) = \frac{y+1}{y} - \frac{1}{y(x+1)}$$

kaikille sellaisille reaaliluvuille x, y, joille $y \neq 0$, $x \neq 0$ ja $x \neq -1$.

3. $N \times N$-"shakkilaudalla" ($N \geq 3$ jokainen ruutu on väritetty valkoiseksi. Yhdellä kerralla voidaan muuttaa viiden ruudun väri (valkoisten ruutujen väri muuttuu mustaksi ja mustien valkoiseksi) seuraavan kuvion mukaisesti:



Kuviota voi kääntää. Millä ehdoilla laudan koolle N voidaan kaikki ruudut muuttaa mustiksi äärellisellä määrällä kuvion mukaisia muutoksia?

4. Tiedetään, että $(20 + 25)^2 = 2025$. Etsi kaikki yhtälön

$$(x + y)^2 = 100x + y$$

positiiviset kokonaislukuratkaisut.

5. Kolmiossa ABC pätee $AB > AC$. Sen sisäänpiirretty ympyrä sivuaa janoja AB ja AC pisteissä D ja E tässä järjestyksesä. Jana BE kohtaa sisäympyrän toisen kerran pisteessä K. Olkoon piste L janan BE jatkeella siten, että $AL \perp BE$. Piste H on kolmion KML korkeusjanojen leikkauspiste, kun M on janan DE keskipiste. Osoita, että $\angle AHK = 90°$ ja että $\angle LKA = \angle MKD$.