

SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN FINAALI HELSINGISSÄ 3.3.2012

(1) Laske

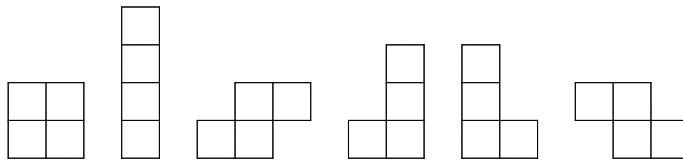
$$\frac{-2012}{1 + (-2012)^2} + \dots + \frac{-1}{1 + (-1)^2} + \frac{0}{1 + 0^2} + \frac{1}{1 + 1^2} + \dots + \frac{2012}{1 + 2012^2}.$$

(2) Etsi jotkin luvut a , b ja c joille yhtälöllä

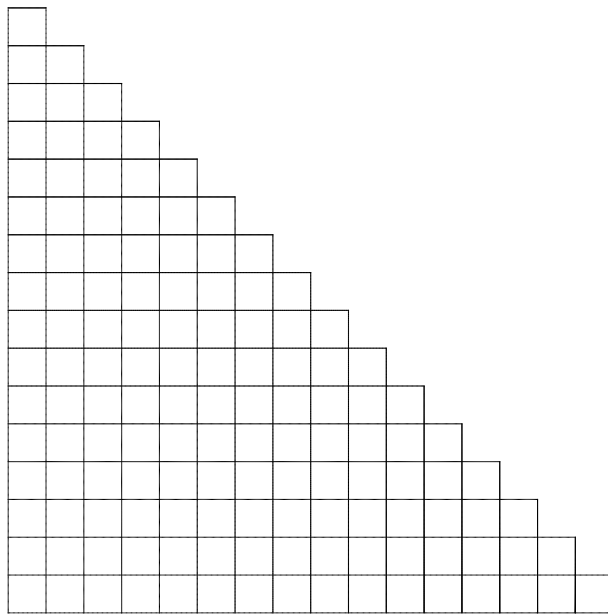
$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

on ratkaisut $x = 3$, $x = 4$ ja $x = 5$. (Tässä $x^3 = x \cdot x \cdot x$ ja $x^2 = x \cdot x$.)

(3) Käytössämme on seuraavia Tetris-palikoita niin paljon kuin haluamme:



Niitä voi käännellä ihan vapaasti kaikkiin mahdollisiin suuntiin. Onko näiden palikoiden avulla mahdollista peittää seuraava kuvio niin, että kaksi Tetris-palikkaa eivät mene päällekkäin, Tetris-palikoita ei saa leikata, ja ruudukon laidoilta ei saa yli mennä?



(4) Mitä kello on sekunnin tarkkuudella silloin, kun se on yhden ja kahden välissä, ja minuutti- ja tuntiviisarit ovat täsmälleen päällekkäin?

(5) Mikä tuloista $1 \cdot 2011$, $2 \cdot 2010$, $3 \cdot 2009$, \dots , $2010 \cdot 2$ ja $2011 \cdot 1$ (kaikki kahden positiivisen kokonaisluvun tulot, joissa tulontekijöiden summa on 2012) on suurin?