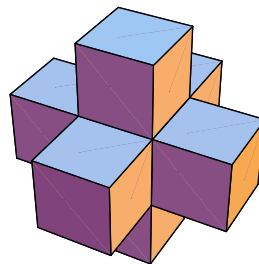


Finalen, Åbo 15.3.2014

1. I en öken finns en 1000 kilometer lång cirkelformig väg, som går genom fem städer A, B, C, D och E. Om man rör sig medurs längs med vägen är det 350 km från A till B, 120 km från B till C, 90 km från C till D, 180 km från D till E, och slutligen 260 km från E till A. Din uppgift är att köra runt vägen med en flakbil, som förbrukar 10 liter bränsle per hundra kilometer. Tyvärr är bilens tank tom i början av resan, men lyckligtvis finns det en bensindunk i varje stad. Dunken i A innehåller 41 liter bränsle, dunken i B innehåller 8 liter, dunken i C 6 liter, i D 22 liter och slutligen dunken i stad E 23 liter. Tillsammans alltså hundra liter, precis det som krävs. En helikopter för dig till den stad som du själv får välja. Vilken stad bör du välja som din utgångspunkt för att klara din uppgift? På bilflaken finns det naturligtvis rum för alla dunkar som du hittar längs vägen.
2. Bilden föreställer ett föremål som består av sju kuber av stål (var med sidan av längd 1 meter): en kub i mitten och de övriga sex hopsvetsade var på sin sida.



Man ställer ifrågavarande föremål i en bassäng. Bassängen är en större kub med 3 meter långa sidor. Då föremålet sänks ner i bassängen ryms den just och just i bassängen. Hur högt stiger vattennivån när föremålet har nått botten av bassängen, om vattennivån från början var två meter?

3. Finn alla positiva heltal x och y för vilka

$$x^3 + y^2 = 100.$$

4. Är det möjligt att placera nio olika positiva heltal från intervallet $[1, 15]$ på ett 3×3 -rutfält så att summan av talen på de vågräta raderna är också olika heltal från intervallet $[1, 15]$?
5. Herrgårdens husbonde har blivit mördad i sitt arbetsrum. Bilden föreställer bottenplanen på herrgårdens övrevåning. Där finns alltså 15 rum i ett 3×5 -rutfält. Arbetsrummet finns i hörnet och vardagsrummet i mitten. Husbondens spöke vet inte vem mördaren var, men han vet att mördaren bor i något av de övriga 13 rummen (inte arbetsrummet eller vardagsrummet). Därför vill spöket spöka i varje rum. Han vill börja i arbetsrummet, besöka varje rum exakt en gång och till slut försvinna genom skorstenen via den öppna spisen i vardagsrummet. Spöket kan gå genom väggar men inte genom hörn. På bilden finns en möjlig rutt utritad. Tyvärr uppfyller den inte spökets krav, för ett rum blir utanför ruten. Hjälps spöket att hitta en passande rutt eller motivera varför en sådan inte finns, i vilket fall spöket är dömt att i evighet spöka på herrgården.

