

SATAKUNNAN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN
MATEMATIIKKAKILPAILU 4.–8.3.2019
RATKAISUJA

1. Laske $49 - 2 + 7 \cdot 10$.

- a) -89 b) 46 c) 94 d) 117 e) 681

Ratkaisu. Lasketaan

$$49 - 2 + 7 \cdot 10 = 117.$$

2. Lento lähtee Helsingistä Singaporeen klo 23:55 ja kestää 11 tuntia 30 minuuttia. Lento on perillä klo 17:25 Singaporen aikaa. Kuinka suuri aikaero on Helsingin ja Singaporen välillä?

- a) 5,5 tuntia b) 6,0 tuntia c) 6,5 tuntia d) 11,5 tuntia e) 17,5 tuntia

Ratkaisu. Lennon laskeutuessa on kello Suomessa 11:25, joten aikaero on 6 tuntia.

3. Montako prosenttia luku 12 on luvusta 75?

- a) 6,25 % b) 12,00 % c) 16,00 % d) 19,05 % e) 63,00 %

Ratkaisu. Lasketaan

$$\frac{12}{75} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16 = 16\%.$$

4. Suorakulmaisen särmiön muotoisen uima-altaan syvyys on 2,5 metriä, pituus 25 metriä ja leveys 10 metriä. Sitä täytetään vedellä 2 metrin korkeudelle pumppausnopeudella 100 litraa minuutissa. Kuinka monta minuuttia uima-altaan täyttö kestää?

- a) 5 b) 250 c) 500 d) 2500 e) 5000

Ratkaisu. Uima-altaaseen tarvitaan $2\text{m} \cdot 25\text{m} \cdot 10\text{m} = 500\text{m}^3$ eli 500 000 litraa vettä. Koska uima-altaaseen pumpataan 100 litraa minuutissa, niin sen täyttö kestää $\frac{500\,000}{100} = 5000$ minuuttia.

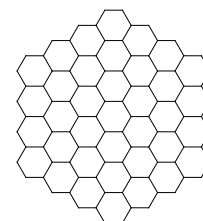
5. Kolmen vuoden päästä Hanna on kaksi kertaa serkkunsa Ellan ikäinen. Ella on nyt 15-vuotias. Kuinka vanha Hanna on nyt?

- a) 30 vuotta b) 36 vuotta c) 27 vuotta d) 39 vuotta e) 33 vuotta

Ratkaisu. Kolmen vuoden päästä Ella on 18-vuotias, joten Hanna on silloin 36-vuotias. Hanna on nyt siis 33-vuotias.

6. Montako pientä (samankokoista) kuusikulmiota oikeassa kuvassa on?

- a) 19 b) 28 c) 37 d) 46 e) Vielä enemmän



Ratkaisu. Vasemmanpuoleisimmassa sarakkeessa on neljä kuusikulmiota, seuraavassa viisi, sitten kuusi, seitsemän, kuusi, viisi ja neljä kuusikulmiota. Yhteensä pieniä kuusikulmioita on siis

$$4 + 5 + 6 + 7 + 6 + 5 + 4 = 37.$$

7. 2019 positiivisen kokonaisluvun summa on 10 000. Mikä on suurin luku, joka summassa voi esiintyä?

- a) 4 b) 5 c) 3417 d) 7982 e) 10 000

Ratkaisu. Koska lukujen summa on 10 000, niin suurin luku on luvun 10 000 ja muiden summassa esiintyvien lukujen summan erotus. Tämä luku on mahdollisimman suuri, kun muut luvut ovat mahdollisimman pieniä. Koska kaikki luvut ovat positiivisia kokonaislukuja, niin muiden 2018 luvun summa on pienin, kun kukin niistä on yksi. Tällöin saadaan suurin luku, joka on $10\,000 - 2018 = 7982$.

8. Kolmen luvun keskiarvo on 10 ja kahden muun luvun keskiarvo on 5. Mikä on näiden kaikkien viiden luvun keskiarvo?

- a) 3 b) 5 c) 6,5 d) 7,5 e) 8

Ratkaisu. Koska kolmen luvun keskiarvo on 10, niin niiden summa on 30. Vastaavasti kahden muun luvun summa on 10. Siis kaikkien viiden luvun summa on $30 + 10 = 40$ eli niiden keskiarvo on $\frac{40}{5} = 8$.

9. Matemaatikolla on huone, jonka leveys on kaksi metriä ja pituus viisi metriä. Hän haluaa laatoittaa huoneen lattian käyttämällä valkoisia $1\text{m} \times 1\text{m}$ laattoja ja mustia $2\text{m} \times 2\text{m}$ laattoja. Kuinka monta eri vaihtoehtoa mustien laattojen lukumäärälle on? (Mustia laattoja ei tarvitse olla välttämättä yhtään.)

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

Ratkaisu. Mustia laattoja ei voi olla yli kahta, sillä huoneen pinta-ala on 10m^2 ja kolmen mustan laatan yhteenlaskettu pinta-ala on 12m^2 . Siis mustia laattoja on 0, 1 tai 2 ja nämä ovat kaikki selvästi mahdollisia vaihtoehtoja. Vastaus on siis 3 eli **d**.

10. Mikä on luvun $2015 \cdot 2016 \cdot 2017 \cdot 2018 \cdot 2019$ viimeinen numero?

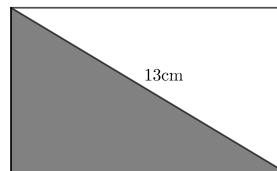
- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 5

Ratkaisu. Tapa 1: Koska 2015 on jaollinen luvulla viisi, niin tarkasteltava tulo on myös jaollinen luvulla viisi ja täten sen viimeisen numeron on oltava 0 tai 5. Toisaalta 2016 on parillinen luku, joten myös viimeisen numeron on oltava parillinen. Siis viimeinen numero on 0.

Tapa 2: Viimeisen numeron löytämiseksi riittää tarkastella tulon viimeisiä numeroita eli tuloa $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$. Koska $5 \cdot 6 = 30$, niin tarkasteltava tulo on kymmenellä jaollinen ja täten sen viimeinen numero on 0.

11. Kuvan suorakulmion piiri on 34cm ja sen lävistäjän pituus on 13cm. Mikä on kuvan tummennetun kolmion piiri?

- a) 26cm b) 30cm c) 34cm d) 38cm
e) Tehtävää ei voi ratkaista annetuilla tiedoilla.



Ratkaisu. Koska suorakulmion piiri on 34cm, niin sen kannan ja korkeuden yhteenlaskettu pituus on $\frac{1}{2} \cdot 34\text{cm} = 17\text{cm}$. Täten tummennetun kolmion piiri on $17\text{cm} + 13\text{cm} = 30\text{cm}$.

12. Kirjassa ensimmäisen sivun sivunumero on 1, toisen 2, kolmannen 3 ja niin edelleen. Koko kirjan sivujen numerointiin on käytetty 195 numeroa. Kuinka monta sivua kirjassa on? (Huomaa, että esimerkiksi luvussa 1 on yksi numero, luvussa 11 kaksi numeroa ja luvussa 123 kolme numeroa.)

- a) 98 b) 101 c) 150 d) 167 e) 195

Ratkaisu. Ensimmäisen yhdeksän sivun numerointiin käytetään yhdeksän numeroa. Kunkin sivuun, jonka numero on $10 - 99$ käytetään 2 numeroa eli yhteensä näiden sivujen numerointiin käytetään $90 \cdot 2 = 180$ numeroa. Siis sivujen $1 - 99$ numerointiin käytetään $9 + 180 = 189$ numeroa. Sivujen 100 ja 101 numerointiin käytetään kumpaankin 3 numeroa eli sivujen $1 - 101$ numerointiin käytetään $189 + 6 = 195$ numeroa. Siis kirjassa on 101 sivua.

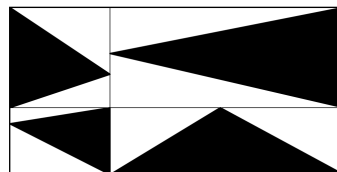
13. Erään vuoden maaliskuussa on täsmälleen neljä maanantaita ja neljä perjantaita. Mikä viikonpäivä on maaliskuun 31. päivä?

- a) Maanantai b) Tiistai c) Keskiviikko d) Torstai e) Perjantai

Ratkaisu. Maaliskuussa on 31 päivää. Koska viikossa on seitsemän päivää ja $31 = 4 \cdot 7 + 3$, niin maaliskuun 31. päivän viikonpäivää ja sitä edeltävää kahta viikonpäivää on täytynyt olla kuussa tasan viisi kertaa. Koska maaliskuussa on neljä maanantaita ja neljä perjantaita, niin 31. päivän on oltava torstai.

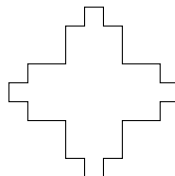
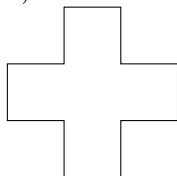
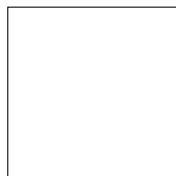
14. Suorakulmion ala on 1 ja se on jaettu neljään osaan sivujen suuntaisilla janoilla. Laske mustaksi väritetyn osan ala.

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{7}{16}$ e) $\frac{1}{2}$



Ratkaisu. Kolmion ala on kannan ja korkeuden tulo jaettuna kahdella. Koska jokaisen mustan kolmion kanta on yhden pienen suorakulmion sivu ja korkeus suorakulmion toinen sivu, on jokaisen kolmion ala puolet sen pienen suorakulmion alasta. Yhteensä ala on siis puolet suuren suorakulmion alasta eli $\frac{1}{2}$.

15. Neliön muotoisesta paperista leikataan ensimmäisellä kierroksella kulmista neliöt pois, jolloin uudessa monikulmiossa on kuvanmukaisesti 12 kulmaa. Toisella kierroksella uudesta monikulmiosta leikataan 90° kulmista neliöt pois, jolloin uudessa monikulmiossa on 28 kulmaa. Jokaisella kierroksella monikulmion 90° kulmista siis leikataan neliöt pois. Montako kulmaa (sekä 90° että 270° kulmaa) monikulmiossa on viidennen leikkauskierroksen jälkeen?



- a) 68 b) 100 c) 124 d) 128 e) 252

Ratkaisu. Huomataan, että jokaisella leikkauskierroksella 90° kulma korvautuu kahdella 90° kulmalla ja yhdellä 270° kulmalla. Lisäksi 270° kulmia ei leikata. Täten 90° kulmien määrän kehitys on siis

$$4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 32 \rightarrow 64 \rightarrow 128.$$

Edellisen kierroksen 90° kulmat puolestaan tuottavat aina seuraavalla kierroksella 270° kulmia, ja 270° kulmat eivät koskaan häviä, joten 270° kulmia on

$$4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 124.$$

Yhteensä siis kulmia on

$$128 + 124 = 252.$$