

OULUN SEUDUN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN
MATEMATIIKKAKILPAILUN FINAALI 24.10.2020

Muista kirjoittaa ratkaisuihisi riittävästi välivaiheita ja perusteluja, ellei toisin sanota!

1.

a) Laske

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{6} + \frac{4}{8} + \frac{5}{10} + \frac{6}{12} + \frac{7}{14} + \frac{8}{16} + \frac{9}{18} + \frac{10}{20}.$$

Tässä tehtävässä riittää poikkeuksellisesti antaa pelkkä vastaus.

b) Lisää lausekkeeseen

$$9 \cdot 5 - 4 + 8 : 2$$

sulkeita siten, että lausekkeen arvo on mahdollisimman pieni. Anna vastauksena sulutettu lauseke ja sen laskettu arvo.

2. Päivämäärässä 20.12.2012 vuosiluku 2012 saadaan yhdistämällä peräkkäin päivän luku 20 ja kuukauden luku 12. Montako tällaista päivämäärää on vuosien 2000 ja 3500 välillä? Kuukausia vastaavat luvut kirjoitetaan aina kahdella numerolla. Esimerkiksi helmikuuta vastaa luku 02. Helmikuussa on 28 päivää (karkausvuosia ei tarvitse huomioida) sekä huhti-, kesä-, syys- ja marraskuussa on 30 päivää. Muissa kuukausissa on 31 päivää.

3. Olkoot A ja B kaksi kokoelmaa kokonaislukuja. Kokoelmien A ja B *summakokoelma*, jolle käytetään merkintää $A + B$, muodostuu kaikista sellaisista erisuurista kokonaisluvusta, jotka saadaan laskemalla yhteen jokin kokoelman A luku ja jokin kokoelman B luku.

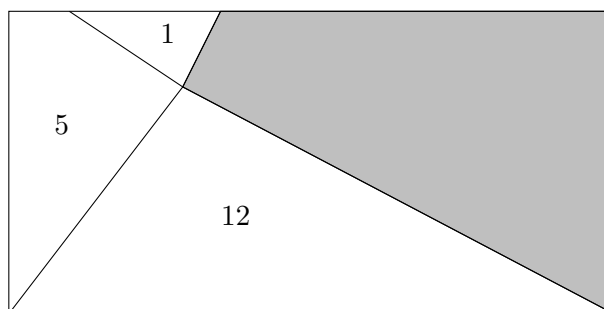
Esimerkiksi, jos kokoelma A sisältää luvut 1, 2 ja 3 ja kokoelma B sisältää luvut 10 ja 11, niin summakokoelma $A + B$ sisältää tällöin luvut $1 + 10$, $2 + 10$, $3 + 10$, $1 + 11$, $2 + 11$ ja $3 + 11$ eli luvut 11, 12, 13 ja 14.

a) Määritä summakokoelman $A + B$ luvut, kun kokoelma A sisältää luvut 5, 8 ja 9 sekä kokoelma B sisältää luvut 7, 9 ja 10.

b) Olkoon A kokonaislukujen 99, 100 ja 101 muodostama kokoelma. Anna jokin esimerkki sellaisesta neljän kokonaisluvun kokoelmasta B , että summakokoelmassa $A + B$ on mahdollisimman monta eri kokonaislukua. Perustele, miksi esimerkkisi toteuttaa ehdon.

c) Olkoon A kokonaislukujen 1, 2, 3 ja 4 muodostama kokoelma. Anna jokin esimerkki sellaisesta neljän kokonaisluvun kokoelmasta B , että summakokoelmassa $A + B$ on mahdollisimman vähän eri kokonaislukuja. Perustele, miksi esimerkkisi toteuttaa ehdon.

4. Suorakulmio on jaettu kuvan mukaisesti neljään alueeseen. Suorakulmion sisällä olevien kolmioiden korkeudet jakavat suorakulmion korkeuden suhteessa 1 : 3. Mikä on varjostetun alueen pinta-ala, kun kolmen muun alueen pinta-alat on kerrottu kuvassa?



Tehtävä 5 on seuraavalla sivulla.

5. Aavikolle on haudattu kolme aarretta: rubiini, safiiri ja timantti. Aarteiden mahdolliset paikat on merkitty alla olevaan karttaan luvuilla 1 – 15. Samassa paikassa voi olla vain yksi aarre. Paikasta toiseen pääsee vain merkittyä polkua pitkin. Polut on merkitty karttaan paikkoja yhdistävinä viivoina. Yhden polun kulkeminen kestää yhden tunnin. Aarteiden piilottaja on antanut seuraavat vihjeet:

1. Rubiinin ja safiirin lukujen summa on timantin luku.
2. Rubiinin luku on pienin.
3. Timantin luku on jaollinen vain itsellään ja luvulla 1.
4. Nopein reitti timantin paikasta safiirin paikkaan vie aikaa 4 tuntia.
5. Rubiinin luku on jaollinen kolmella.

Millä luvuilla merkityissä paikoissa mikäkin aarre on?

