

TURUN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN
MATEMATIIKKAKILPAILUN FINAALI
25.4.2020

1. Eräs tunnettu avoin ongelma matematiikassa on seuraavien operaatioiden toiminta, kun niitä toistetaan peräkkäin:

- Jos luku on parillinen, se jaetaan kahdella.
- Jos luku on pariton, niin se kerrotaan kolmella ja siihen lisätään yksi.

Väite on, että riippumatta siitä, mistä positiivisesta kokonaisluvusta aloitetaan, aina päädytään lukuun 1. Esimerkiksi luvusta 4 päädytään lukuun 1 jakamalla se ensin luvulla 2, jolloin saadaan luku 2. Sitten kaksi jaetaan kahdella ja saadaan luku 1.

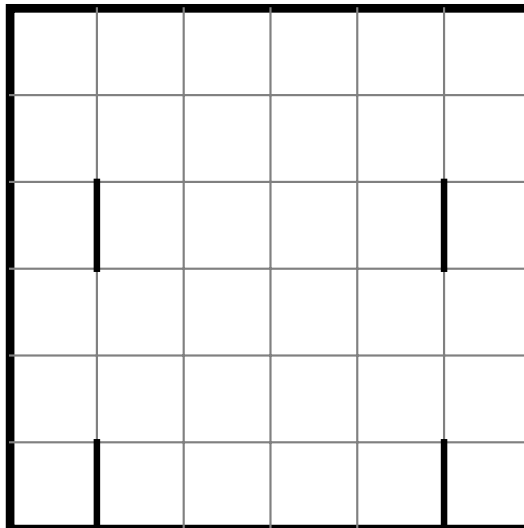
Yleinen tapaus on kuitenkin vielä avoin ongelma eli ei osata perustella, että kaikista positiivisista kokonaisluvuista päädytään aina lopulta lukuun 1.

- (a) Toista ylläolevia operaatioita lähtien liikkeelle luvusta 5, kunnes päädyt lukuun 1.
- (b) Toista ylläolevia operaatioita lähtien liikkeelle luvusta 7, kunnes päädyt lukuun 1.
- (c) Toista ylläolevia operaatioita lähtien liikkeelle luvusta 100, kunnes päädyt lukuun 1.

2.

- (a) Suorakulmion piiri on 10. Muodostetaan uusi suorakulmio, joka saadaan, kun edellisen suorakulmion kaikki sivut venytetään kaksinkertaisiksi. Mikä on muodostuneen suorakulmion piiri?
- (b) Mikä on suurin määrä leikkauspisteitä, joka ympyrällä ja kolmiolla voi olla?

3. Tehtäväsi on täyttää oheinen 6×6 -ruudukko. Käytössäsi on tarpeellinen määrä yhden ruudun kokoisia laattoja sekä kahden ruudun kokoisia (domino)laattoja. Dominolaatan voi asettaa joko pystysuoraan tai vaakasuoraan. Täyttäminen on tehtävä seuraavien sääntöjen mukaisesti.



- Laatat eivät saa olla päällekkäin eivätkä tursuta yli ruudukon reunojen.
- On kiellettyä asettaa kahta yhden ruudun kokoista laattaa niin, että niillä olisi yhteinen reuna.

- Pystysuora domino ja vaakasuora domino saavat koskettaa toisiaan ainoastaan ruudukon sisälle piirrettyä mustaa rajaviivaa pitkin.
- Jokaisen tällaisen rajaviivan toisella puolella on oltava pystysuora domino ja toisella puolella vaakasuora dominolaatta.
- Sitä vastoin ei ole mitään rajoituksia siitä, miten kaksi samaan suuntaan asetettua dominolaattaa voivat koskettaa toisiaan, eikä siitä, miten dominolaatat ja yhden ruudun kokoiset laatat voivat koskettaa toisiaan.

Etsi ainakin yksi sääntöjen mukainen tapa täyttää ruudukko. Voit esimerkiksi piirtää ruudukkoon dominolaatan paikalla kahta vierekkäistä ruutua yhdistävän viivan, ja yhden ruudun kokoisen laatan paikalla vaikka pisteen. Kopioi tarvittaessa ruudukko vastauspaperille, jos joudut aloittamaan alusta useita kertoja.

Tässä tehtävässä riittää siis poikkeuksellisesti vain vastaus.

4. Luokassa on 5 oppilasta. Oppilaiden tehtävänä on asettua jonoon pituusjärjestykseen lyhimmästä pisimpään käyttäen vain tietoa, että oppilaista Heikki on pidempi kuin Heli ja Maarit pidempi kuin Matti. Muuten järjestäytyminen tapahtuu täysin satunnaisesti sillä oletuksella, että täysin samanlaista jonoa ei muodosteta kahta kertaa. Kauanko järjestäytymiseen on varattava aikaa, jotta pituusjärjestys varmasti löydetään, kun uuden jonon muodostamiseen kuuluu jokaisella kerralla aikaa 3 sekuntia?

5. Alla olevassa allekkainlaskussa a , b ja c ovat numeroita 0:sta 9:ään. Etsi kaikki mahdolliset allekkainlaskun toteuttavat lukukolmikot a , b ja c .

$$\begin{array}{r}
 a \quad b \quad c \\
 \quad \quad a \quad b \\
 + \\
 \hline
 b \quad c \quad 2
 \end{array}$$