

ÅBO MATEMATIKTÄVLINGSFINAL
FÖR ELEVER I SJUNDE ÅRSKURSEN
25.4.2020

1. Ett känt öppet problem inom matematiken är följande operationers funktion, då de upprepas efter varann:

- Om talet är jämnt, delas det med talet två.
- Om talet är udda, multipliceras det med talet tre och sedan läggs talet ett till.

Påståendet är att oberoende av vilket positivt heltal man börjar från, kommer operationerna alltid att leda till talet 1. Som exempel kommer man från talet 4 till talet 1 genom att dela det med talet 2, då får vi 2. Sedan delar vi talet två med två och får talet 1.

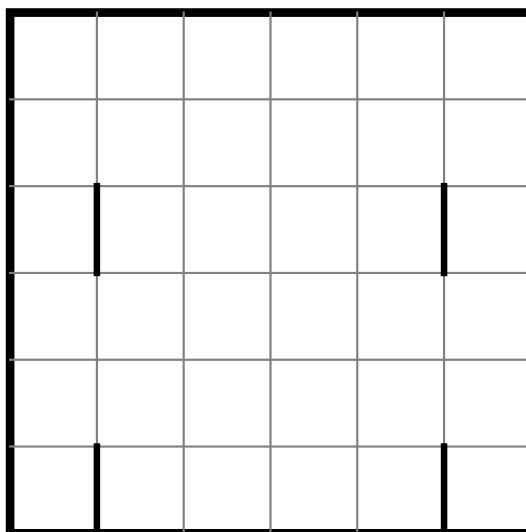
Det allmänna fallet är dock ännu ett öppet problem, då man inte kan bevisa att man från varje positivt heltal kommer till talet 1 tillsist.

- (a) Upprepa ovannämnda operationer genom att börja från talet 5, tills du kommer till talet 1.
- (b) Upprepa ovannämnda operationer genom att börja från talet 7, tills du kommer till talet 1.
- (c) Upprepa ovannämnda operationer genom att börja från talet 100, tills du kommer till talet 1.

2.

- (a) En rektangels omkrets är 10. Vi bildar en ny rektangel genom att fördubbla längden av alla sidor i rektangeln. Vad är omkretsen av den nya rektangeln?
- (b) Vad är största möjliga antal skärningspunkter mellan en cirkel och en triangel?

3. Din uppgift är att fylla följande rutsystem av storleken 6×6 . Du har till förfogande brickor som täcker en ruta och (domino)brickor som täcker två bredvidliggande rutor. Dominobrickorna kan läggas både vågrätt och lodrätt. Rutsystemet ska fyllas enligt följande regler.



- Brickorna får inte läggas på varandra eller överskrida rutsystemets gränser.
- Man får inte lägga två en-ruta-stora brickor bredvid varann så, att de har en gemensam kant.
- En vågrät och en lodrät dominobricka får röra vid varann endast vid de mörkare sträcken inne i rutsystemet.
- Vid varje mörkare streck i rutsystemet måste det på ena sidan finnas en vågrät dominobricka och på andra sidan en lodrät.
- Däremot finns det inga begränsningar för hur två dominobrickor med samma riktning får röra varann, eller hur en dominobricka och en en-ruta-stor bricka får röra varann.

Hitta minst ett möjligt sätt att fylla rutsystemet enligt dessa regler. Du kan till exempel rita ett streck som förenar två bredvidliggande rutor för att markera en dominobricka, och en prick för att rita en en-ruta-stor bricka. Vid behov kan du rita av rutsystemet på svarsappret, ifall du måste börja om flera gånger.

I denna uppgift räcker det undantagsvis med endast svar.

4. I en klass finns 5 elever. Elevernas uppgift är att ställa sig på rad i längdordning från den kortaste till den längsta, men de vet endast att Heikki är längre än Heli och att Maarit är längre än Matti (Heikki, Heli, Maarit och Matti är alla elever). I övrigt ställer de sig på rad helt slumpmässigt, och vi antar att de inte ställer sig två gånger i en likadan rad. Hur mycket tid måste man reservera åt bildandet av raden, så att eleverna säkert hinner ställa sig i längdordning? Det tar 3 sekunder att bilda en ny version av raden.

5. Nedan har vi en additionsuppställning där a , b och c är siffror mellan 0 och 9. Hitta alla möjliga a , b och c .

$$\begin{array}{r}
 a \quad b \quad c \\
 \quad \quad a \quad b \\
 + \quad \quad \quad a \\
 \hline
 b \quad c \quad 2
 \end{array}$$