

SATAKUNNAN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN  
MATEMATIIKKAKILPAILU 7.–11.3.2022  
RATKAISUJA

1. Laske  $2e + 6 \cdot 3e - 50\text{snt}$ .

- a)  $-30e$     b)  $19,50e$     c)  $20,50e$     d)  $23,50e$     e)  $30e$

**Ratkaisu.** b)  $19,50e$ : Suoraan laskemalla saadaan

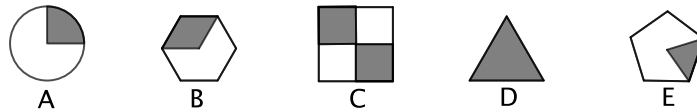
$$2e + 6 \cdot 3e - 50\text{snt} = 2e + 18e - 0,5e = 20e - 0,5e = 19,50e.$$

2. Sata litraa kivennäisvettä pullotetaan. Ensin pullotetaan kymmenen  $1,5$  litran pulloa, ja loput kivennäisvedestä pullotetaan  $0,5$  litran pulloihin. Kuinka monta  $0,5$  litran pulloa kivennäisvettä saadaan?

- a) 43    b) 85    c) 100    d) 170    e) 200

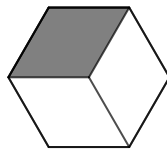
**Ratkaisu.** d) 170: Ensin  $10 \cdot 1,5 = 15$  litraa kivennäisvettä menee  $1,5$  litran pulloihin. Jäljelle jää siis  $100 - 15 = 85$  litraa kivennäisvettä. Jokaista litraa kohti tarvitaan kaksi  $0,5$  litran pulloa eli kaikkiaan pulloja tarvitaan  $85 \cdot 2 = 170$ .

3. Missä seuraavista kuvioista väritetty alue vastaa lukua  $\frac{1}{3}$ ?



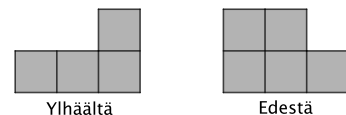
- a) A    b) B    c) C    d) D    e) E

**Ratkaisu.** b) B: Kuvio B voidaan jakaa kolmeen samanlaiseen osaan kuten kuvassa. Näistä yksi on väritetty, joten se vastaa lukua  $\frac{1}{3}$ . Vastaavalla päättelyllä voidaan myös todeta, että kuviossa A väritetty alue vastaa lukua  $\frac{1}{4}$ , kuviossa C lukua  $\frac{1}{2}$ , kuviossa D lukua 1 ja kuviossa E lukua  $\frac{1}{5}$ . Siis kuvio B on ainoa oikea vaihtoehto.



4. Kappale koostuu samanlaisista kuutioista, joita on laitettu päällekkäin ja vierekkäin. Se on kuvattu ylhäältä ja edestä katsoen. Kuinka monta kuutiota kappaleessa on?

- a) 3    b) 4    c) 5    d) 6    e) 7



**Ratkaisu.** d) 6: Ylhäältä otetun kuvan perusteella vasemmalla on kaksi tornia kuutioita vierekkäin ja sitten oikealla kaksi tornia peräkkäin. Edestä otetun kuvan perusteella vasemmanpuoleisissa torneissa on kummassakin kaksi kuutiota. Koska oikeanpuoleisista torneista näkyy vain yksi kuutio edestä katsoen, on kummassakin niissä torneissa oltava yksi kuutio. Kuutioita on siis yhteensä  $2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 6$  kappaletta.

5. Eräs kello jätättää: kelloviisarit kulkevat 80% nopeudella tavallisesta nopeudesta. Kun kello näyttää, että aikaa on kulunut tunnin verran, niin kuinka kauan aikaa on oikeasti kulunut?

- a) 48 min    b) 50 min    c) 1h 15 min    d) 1h 20 min    e) 1h 25 min

**Ratkaisu.** c) 1h 15min:

**Tapa 1:** Koska kello kulkee 80% nopeudella tavallisesta nopeudesta, niin aikaa on oikeasti kulunut

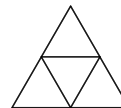
$$1\text{h}/0,8 = 10\text{h}/8 = 1,25\text{h} = 1\text{h } 15\text{min}.$$

**Tapa 2:** Voidaan käydä kaikki vaihtoehdot läpi ja katsoa, mikä niistä on oikea vastaus kysymykseen. Kun vastaus kerrotaan luvulla 0,8, on saatava yksi tunti, sillä kello kulkee 80% nopeudella oikeasta. Täten vastaus ei voi olla alle tuntia (eli vaihtoehto a tai b), sillä niistä tulee alle tunti. Huomataan, että vaihtoehto c tuottaa oikean tuloksen:

$$0,8 \cdot 1\text{h } 15\text{min} = 0,8 \cdot 75\text{min} = \frac{4}{5} \cdot 75\text{min} = 4 \cdot 15\text{min} = 1\text{h}.$$

6. Väritetään kuvassa olevat neljä kolmiota punaisella ja sinisellä seuraavasti: Kukin kolmioista on kokonaan punainen tai sininen. Kahdella samanvärisellä kolmiolla ei ole yhteistä sivua. Kuinka monella eri tavalla tämä voidaan tehdä?

- a) 0    b) 1    c) 2    d) 3    e) 4



**Ratkaisu.** c) 2: Ylin kolmio voi olla punainen tai sininen. Sen alla olevan kolmion on oltava erivärinen. Sekä vasemmalla että oikealla alareunassa olevien kolmioiden on oltava erivärisiä kuin keskellä alhaalla oleva kolmio. (Tällöin ne ovat keskenään ja ylimmän kolmion kanssa samanvärisiä, mikä on mahdollista, koska näillä kolmioilla ei ole yhteisiä sivuja.) Siispä ylimmän kolmion väri määrää muiden kolmioiden värit. Koska ylimmän kolmion värille on kaksi vaihtoehtoa, niin kaiken kaikkiaan erilaisia värityksiä on kaksi.

7. Eetu on lähdössä mummolaan ja hän tarvitsee mukaansa mustia, valkoisia ja harmaita sukkapareja. Yhteensä hän tarvitsee kymmenen paria sukkia. Lisäksi hän tarvitsee enemmän mustia sukkapareja kuin valkoisia sekä enemmän valkoisia sukkapareja kuin harmaita. Mikä seuraavista luvuista toteuttaa seuraavat kaksi ehtoa: (i) Eetu tarvitsee varmasti ainakin kyseisen luvun verran mustia sukkapareja. (ii) Luku on suurin ehdon (i) toteuttavista luvuista.

- a) 3    b) 4    c) 5    d) 6    e) 7

**Ratkaisu.** c) 5: Jos Eetu ottaa korkeintaan kolme paria mustia sukkia, niin valkoisia sukkapareja on korkeintaan kaksi ja harmaita korkeintaan yksi. Mutta tällöin sukkapareja olisi enintään  $3 + 2 + 1 = 6 < 10$  eli tämä ei ole mahdollista.

Jos taas Eetu ottaa mukaansa neljä paria mustia sukkia, niin valkoisten sukkien pareja on oltava korkeintaan kolme. Mutta tämä tarkoittaa, että harmaita sukkapareja on enintään kaksi, mikä ei ole mahdollista, koska sukkapareja olisi korkeintaan  $4 + 3 + 2 = 9$ . Siis mustia sukkapareja on oltava vähintään viisi.

Viidellä mustalla sukkaparilla voidaan myös toteuttaa halutut ehdot; esimerkiksi mustia sukkapareja pakataan viisi mukaan, valkoisia neljä ja harmaita yksi. Siis ei tarvita vähintään kuutta tai seitsemää mustaa sukkaparia.

8. Lompakossa on vain 5 sentin ja 20 sentin kolikoita. Kumpiakin kolikoita on 20 kappaletta. Kuinka monella eri tavalla voidaan maksaa yhden euron ostos?

(Maksutavat tulkitaan erilaisiksi, mikäli niissä käytetään eri määrä jomman kumman kaltaisia kolikoita. Siis esimerkiksi kaikki tavat, joissa käytetään tasan viisi 20 sentin kolikkoja, tulkitaan samaksi tavaksi.)

- a) 2    b) 3    c) 4    d) 5    e) 6

**Ratkaisu.** e) 6: On  $1e = 100\text{sent}$ . Koska pätee  $5 \cdot 20\text{sent} = 100\text{sent}$ , niin voidaan käyttää korkeintaan viisi 20 sentin kolikkoa. Lisäksi, koska sekä luku sata että luku 20 ovat viidellä jaollisia, niin voidaan käyttää nolla, yksi, kaksi, kolme, neljä tai viisi 20 sentin kolikkoa. Käytettyjen 20 sentin kolikoiden määrästä seuraa suoraan, kuinka monta 5 sentin kolikkoa käytetään. Eri vaihtoehtoja on siis kuusi.

**9.** Eräässä matematiikkakilpailussa tasan puolet kilpailijoista saa mitalin. Kulta-, hopea- ja pronssimitalit jaetaan suhteessa  $1 : 2 : 3$ . Jos kilpailijoita on 600, niin millä sijoilla olevat kilpailijat saavat kultamitalin?

- a) 1.–50.    b) 1.–60.    c) 1.–100.    d) 1.–300.    e) 50.–100.

**Ratkaisu.** a) 1.–50.: Koska  $1 + 2 + 3 = 6$  ja puolet kilpailijoista saa mitalin, niin kultamitalin saa  $\frac{600}{2 \cdot 6} = 50$  kilpailijaa. Nämä ovat luonnollisesti 50 parasta kilpailijaa.

**10.** Kun lasketaan summa  $2022 + 2022 + 2022 + \dots + 2022$ , missä luku 2022 esiintyy 2022 kertaa, niin mikä on saadun luvun viimeinen (eli ykkösiä merkitsevä) numero?

- a) 0    b) 1    c) 2    d) 3    e) 4

**Ratkaisu.** e) 4: Voidaan kirjoittaa lyhyemmin

$$2022 + 2022 + 2022 + \dots + 2022 = 2022 \cdot 2022.$$

Tämän kertolaskun tuloksen viimeinen numero riippuu vain kummankin tekijän viimeisistä numeroista, sillä muut numerot alkavat vaikuttamaan aikaisintaan kymmenten kohdalla. On  $2 \cdot 2 = 4$ .

**11.** Pöydän ympärillä istuu huijareita, jotka aina valehtelevat, ja rehtejä, jotka puhuvat aina totta. Kukin pöydän ympärillä istuvista toteaa: ”Henkilö, joka istuu oikealla puolellani, on huijari.” Mikä seuraavista on mahdollinen määrä pöydän ympärillä istuvia ihmisiä?

- a) 1    b) 99    c) 1111    d) 2022    e) Ei mikään edellisistä.

**Ratkaisu.** d) 2022: Koska huijari valehtelee aina, niin hänen oikealla puolellaan täytyy istua rehti. Koska rehti puhuu aina totta, niin kunkin rehdin oikealla puolella istuu huijari. Näin ollen joka toisen ihmisen on oltava rehti ja joka toisen huijari. Siis pöydän ympärillä täyttyy istua parillinen määrä ihmisiä. Toisaalta mikä tahansa joukko, jossa huijarit ja rehdit vuorottelevat, käy. Siis mikä rahansa parillinen lukumäärä kelpaa. Oikea vaihtoehto on siis c.

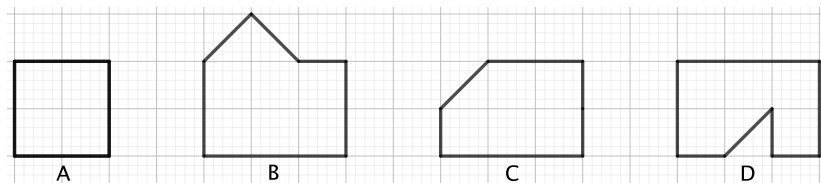
**12.** Merkitään  $a \otimes b = a + a \cdot b \cdot b$ . Esimerkiksi on  $1 \otimes 2 = 1 + 1 \cdot 2 \cdot 2 = 1 + 4 = 5$ . Laske  $3 \otimes 4$ .

- a) 14    b) 27    c) 51    d) 93    e) 144

**Ratkaisu.** c) 51: Suoraan laskemalla saadaan

$$3 \otimes 4 = 3 + 3 \cdot 4 \cdot 4 = 3 + 12 \cdot 4 = 3 + 48 = 51.$$

**13.** Millä seuraavista kuvioista on pisin piiri?



- a) A    b) B    c) C    d) D    e) Tehtävää ei voi ratkaista annetuille tiedoilla.

**Ratkaisu. d)** D: Lasketaan, kuinka monta vaaka- tai pystyasennossa olevasta janasta sekä vinottain menevästä janasta kukin piiri koostuu. Yhdeksi janaksi tulkitaan kuvassa näkyvien pienten neliöiden yksi sivun pituus. Kuvion A piiriin lasketaan 8 vaaka- tai pystyasennossa olevaa janaa, eikä yhtään vinottain menevää. Myös kuvion B piiriin lasketaan 8 vaaka- tai pystyasennossa olevaa janaa sekä 2 vinottain olevaa. Samoin kuvion C piiriin lasketaan 8 pysty- tai vaaka-asennossa olevaa janaa sekä 1 vinoittain oleva. Lopuksi, kuvion D piiriin lasketaan 10 vaaka- tai pystyasennossa olevaa jana ja yksi vinottain oleva.

Selvästikään kuvion A piiri ei voi olla pisin, sillä kaikissa muissa kuvioissa piirin pituuteen lasketaan enemmän janoja. Vastaavalla ajatuksella kuvion C piiri ei voi olla pisin, sillä kuvion B piiri on pidempi. On enää selvitettävä, onko kuvion B vai D piiri pidempi.

Riittää tutkia, onko yksi vinoittain oleva jana pidempi kuin kaksi vaaka- tai pystyasennossa olevaa janaa. Muistetaan, että lyhin matka siirtyä pisteestä toiseen on kulkea niiden välistä janaa pitkin. Jos ajatellaan kahta kulmittain olevaa pistettä, niin toisesta pääsisi toiseen niiden välistä janaa pitki kulkemisen lisäksi kulkemalla yhden janan verran vaakasuuntaan ja yhden pystysuuntaan. Siispä kaksi vaaka- tai pystysuuntaista janaa on pidempi kuin yksi vinottain oleva jana. Täten kuvion D piiri on pisin.

**14.** Karkkipussissa on punaisia ja oransseja hedelmäkarkkeja sekä mustia salmiakkeja, kutakin vähintään kolme kappaletta. Kolme kaverusta jakavat karkit keskenään. Ensin he jakavat oranssit karkit tasan ja yli jää jokin positiivinen määrä karkkeja, mutta kuitenkin alle kolme karkkia. Samoin käy, kun punaiset ja mustat karkit jaetaan. Lopuksi ylijääneitä karkkeja on kolmella jaollinen määrä ja ne voidaan jakaa tasan. Yhteensä karkkeja on 18 kappaletta.

Mikä seuraavista on mahdollinen punaisten karkkien lukumäärä?

- a) 2    b) 6    c) 8    d) 11    e) Ei mikään edellisistä.

**Ratkaisu. c)** 8: Tehtävänannon mukaan punaisia karkkeja on oltava vähintään kolme kappaletta. Täten vaihtoehto a ei käy. Lisäksi niitä on jätävä yli, kun karkit jaetaan kolmelle hengelle, eli niitä ei voi olla kolmella jaollinen määrä. Siis vaihtoehto b ei ole oikein.

Lisäksi myös oransseja ja mustia karkkeja on kumpaakin vähintään kolme kappaletta ja niitä jää yli, kun kaverukset jakavat karkkeja. Siispä niitä kumpaakin on vähintään neljä kappaletta eli punaisia karkkeja voi olla maksimissaan  $18 - 2 \cdot 4 = 10$  kappaletta. Näin saadaan vaihtoehto d pois. Havaitaan, että vaihtoehto c käy: punaisia voi olla 8 sekä oransseja ja mustia kumpaakin 5. Nyt karkkeja on yhteensä 18 ja kussakin jaossa niitä jää yli kaksi eli yhteensä 6.

**15.** Kolmion  $ABC$  kärkiä  $A$ ,  $B$  ja  $C$  vastaavien korkeusjanojen pituudet ovat noin 4,4m, 7m ja 6m. Mikä on kolmion sivujen  $AB$ ,  $BC$  ja  $CA$  pituuksien oikea suuruusjärjestys?

- a)  $AB < BC < CA$     b)  $BC < CA < AB$     c)  $BC < AB < CA$   
d) Tehtävää ei voi ratkaista annetuilla tiedoilla.    e) Ei mikään edellisistä.

**Ratkaisu. e)** Ei mikään edellisistä: Muistetaan, että kolmion pinta-ala voidaan laskea kaavalla kanta kertaa korkeus jaettuna kahdella. Pinta-ala on luonnollisesti sama riippumatta siitä, mistä kannasta katsoen se lasketaan. Näin ollen pisintä korkeusjanaa täytyy vastata lyhin sivu ja lyhyintä korkeusjanaa pisin sivu. Kärkeä  $B$  eli sivua  $CA$  vastaava korkeusjana on pisin ja kärkeä  $A$  eli sivua  $BC$  vastaava lyhin. Sivujen pituuksien oikea suuruusjärjestys on siis  $CA < AB < BC$ .